**专题03 奇函数的最值性质**

**一、结论**

**①已知函数是定义在区间上的奇函数,则对任意的,都有.**

**②特别地,若奇函数在上有最值,则;**

**③若，则有.（若是奇函数，且，特别提醒反之不成立）**

**二、典型例题**

1．（2012·全国·高考真题（文））设函数的最大值为，最小值为，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

**【解析】，令，则为奇函数，**

**所以的最大值和最小值和为0，又.**

**有，即.**

**答案为：2.**

**【反思】本题中不是奇函数，无法直接使用结论，但是通过构造，使得是奇函数，从而有**

2．（2022·江苏盐城·一模）若是奇函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【解析】**因为是奇函数，并且定义域为

所以有，即.

**【反思】在本例中，由于是奇函数，并且0属于定义域，所以可以直接利用奇函数性质求解**

**三、针对训练 举一反三**

1．（2022·河南·高三阶段练习（文））已知为奇函数，当时，，则当时，（ ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【详解】

因为为奇函数，所以，即．

当时，，．

故选：C

2．（2022·湖北·十堰市教育科学研究院高三期末）已知是定义在R上的奇函数，且当时，，则（ ）

A．﹣2 B．2 C．﹣6 D．6

【答案】A

【详解】

是定义在R上的奇函数

则有：

解得：

当时，，则

故选：A

3．（2022·四川遂宁·高一期末）若函数在上有最小值－6，（*a*，*b*为常数），则函数在上（ ）

A．有最大值5 B．有最小值5

C．有最大值9 D．有最大值12

【答案】D

【详解】

解：令，其定义域为R，

又

所以是奇函数．

根据题意：函数在上有最小值－6，

所以函数在上有最小值−9

所以函数在上有最大值9，

所以＝＋3在上有最大值．

故选：D．

4．（2017·山西·（理））若对，有，则函数在上的最大值与最小值的和为

A．4 B．6 C．9 D．12

【答案】B

【详解】

对，有，令，

有，

令，有，则，

令，则，则为奇函数，

又设函数，为奇函数，则，而为奇函数，由于奇函数在关于原点对称的单调区间内的最大值与最小值互为相反数，则的最大值与最小值之和为6.选B.

5．（2021·甘肃省民乐县第一中学（文））设函数的最大值为5，则的最小值为（ ）

A． B．1 C．2 D．3

【答案】B

【详解】

解：由题可知，，

设，其定义域为，

又，

即，

由于

，

即，所以是奇函数，

而，

由题可知，函数的最大值为5，

则函数的最大值为：5-3=2，

由于是奇函数，得的最小值为-2，

所以的最小值为：-2+3=1.

故选：B.

6．（2022·湖北·高一期末）已知函数，若，则实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】

设，，则，即为奇函数，容易判断在R上单调递增（增+增），又可化为，，所以*a* >1－2*a*，∴ *a* >．

故选：A.

7．（2021·江西·模拟预测）已知函数在上的最大值与最小值分别为，，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】4

【详解】

设，，

，

，

所以是奇函数，

又，，

所以，．

故答案为：4．

8．（2022·全国·高三专题练习）定义在上的奇函数，设函数的最大值为，最小值为，则\_\_．

【答案】2

【详解】

函数为奇函数，，

又的最大值为，最小值为，

又，即为奇函数，

且的最大最小值分别为，，

由奇函数的性质可得，

解得．

故答案为：2．

9．（2022·全国·高三专题练习）设函数的最大值为，最小值为，则\_\_．

【答案】2

【详解】

解：函数，

则

所以

所以为奇函数，

则，

即，

则，

故答案为：2．

10．（2021·江西·贵溪市实验中学高二阶段练习）已知定义域为的函数是奇函数，则实数的值\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

是定义在上的奇函数，

，即，解得，

当时，，定义域为，

，

为奇函数，

故．

故答案为：

11．（2021·山东省莱西市第一中学高一阶段练习）设函数的最大值为，最小值为.则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】2

【详解】

，

令，，

则，

因为，

为奇函数，

由奇函数图象的对称性知，

故.

故答案为：2

12．（2021·陕西·高新一中高一期中）已知函数的最大值为，最小值为，求的值．

【答案】

【详解】

解：根据题意，，

设，

因为，所以函数是奇函数，

所以，

所以，

所以